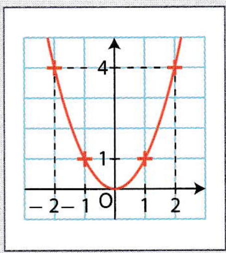
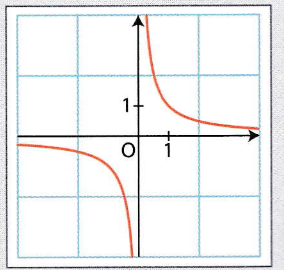
FICHE 57 Fonction carré. Fonction inverse

▸ La fonction définie sur $\mathbb{R}$, qui à tout nombre réel x associe son carré x^2, est appelée **fonction carré**.
Dans un repère orthogonal, la **représentation graphique** de la **fonction carré** est appelée **parabole**.
Cette parabole est **symétrique** par rapport à l'**axe des ordonnées**.



▸ La fonction définie sur $\mathbb{R}^*$, qui à tout nombre réel $x \neq 0$ associe son inverse $\frac{1}{x}$, est appelée **fonction inverse**.
Dans un repère, la **représentation graphique** de la **fonction inverse** est appelée **hyperbole**. Cette hyperbole est **symétrique** par rapport à l'origine O du repère.



Deux calculs

• Pour $x \neq 5$, $f(x) = \frac{1}{x-5} + 3$. Calculer $f(7)$.

$f(7) = \frac{1}{7-5} + 3 = \frac{1}{2} + \frac{6}{2} = \frac{7}{2}$

• Pour quelles valeurs de x peut-on calculer $\frac{x+1}{2x-5}$?

$2x - 5 \neq 0$ c'est-à-dire $x \neq \frac{5}{2}$

★

1 Calculer mentalement l'image de chaque nombre réel par la fonction carré.

a. 8 : 64 **b.** 0,6 : 0,36 **c.** -7 : 49 **d.** $\frac{5}{3}$: $\frac{25}{9}$ **e.** $\sqrt{5}$: 5

2 Dire si le nombre admet des antécédents par la fonction carré. Si oui, les déterminer mentalement.

a. 36 : Oui, 6 et -6 **b.** -9 : Non

c. 7 : Oui, $\sqrt{7}$ et $-\sqrt{7}$ **d.** 1 : Oui, 1 et -1

3 On a tracé dans ce repère la parabole qui représente la fonction carré.

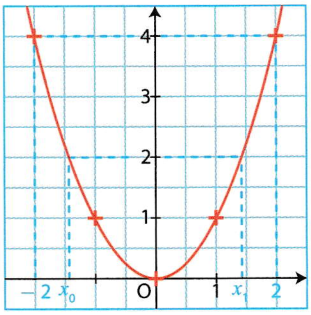
1. Résoudre l'équation $x^2 = 2$:

a. graphiquement ;

b. algébriquement.

2. Résoudre graphiquement l'inéquation:

a. $x^2 < 4$ **b.** $x^2 > 4$



1. a. On lit les abscisses des points de la parabole d'ordonnée égale à 2 : $x_0 \approx -1{,}4$ et $x_1 \approx 1{,}4$.
b. $x^2 = 2$ a pour solutions $-\sqrt{2}$ et $\sqrt{2}$.
2. a. On lit les abscisses des points de la parabole d'ordonnées inférieures à 4 : ce sont les nombres réels x tels que $-2 < x < 2$.
b. On lit les abcisses des points de la parabole d'ordonnées supérieures à 4 : ce sont les nombres réels tels que $x < -2$ ou $x > 2$.

4 Déterminer l'image de chaque nombre réel par la fonction inverse.

a. 2 : $\frac{1}{2} = 0{,}5$ **b.** 0,5 : $\frac{1}{0{,}5} = 2$ **c.** 100 : $\frac{1}{100} = 0{,}01$

d. 4 : $\frac{1}{4} = 0{,}25$ **e.** $\frac{1}{7}$: $\frac{1}{\frac{1}{7}} = 7$ **f.** $\frac{-7}{9}$: $\frac{1}{\frac{-7}{9}} = -\frac{9}{7}$

5 Déterminer mentalement l'antécédent de chaque nombre réel par la fonction inverse.
Donner la valeur exacte.

a. 0,5 : $\frac{1}{0{,}5} = 2$ **b.** 13 : $\frac{1}{13}$ **c.** 0,2 : $\frac{1}{0{,}2} = 5$

d. 10^{-3} : $\frac{1}{10^{-3}} = 1000$ **e.** $\frac{5}{9}$: $\frac{1}{\frac{5}{9}} = \frac{9}{5}$ **f.** -7 : $-\frac{1}{7}$

6 f est la fonction inverse. Comparer :

a. $f(-3)$ et $f(-2)$ **b.** $f(-2)$ et $f(2)$ **c.** $f(2)$ et $f(3)$

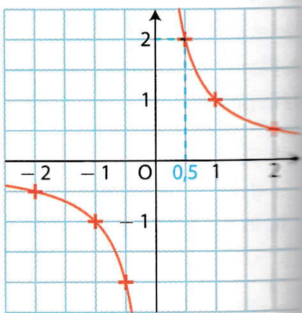
a. $f(-3) = -\frac{1}{3}$ et $f(-2) = -\frac{1}{2}$ donc $f(-3) > f(-2)$.
b. $f(-2) = -\frac{1}{2}$ et $f(2) = \frac{1}{2}$ donc $f(-2) < f(2)$.
c. $f(3) = \frac{1}{3}$ donc $f(2) > f(3)$.

7 On a tracé dans ce repère l'hyperbole qui représente la fonction inverse.
Résoudre graphiquement :

a. l'équation $\frac{1}{x} = 2$;

b. l'inéquation $\frac{1}{x} > 2$;

c. l'inéquation $\frac{1}{x} < 2$.

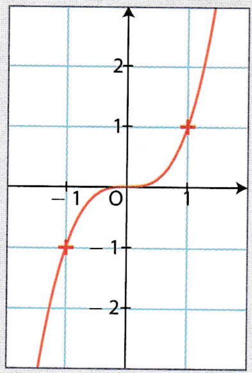


a. On lit l'abscisse du point de l'hyperbole d'ordonnée égale à 2 : $x = 0{,}5$.
b. On lit les abscisses des points de l'hyperbole d'ordonnées supérieures à 2 : $0 < x < 0{,}5$.
c. On lit les abscisses des points de l'hyperbole d'ordonnées inférieures à 2 : $x < 0$ ou $x > 0{,}5$.

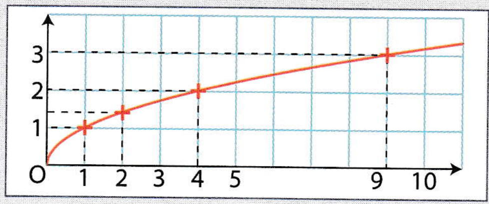
FICHE 58

Fonction cube. Fonction racine carrée

▸ La fonction définie sur $\mathbb{R}$, qui à tout nombre réel x associe son cube x^3, est appelée **fonction cube**.
Dans un repère, la **représentation graphique** de la **fonction cube** est **symétrique** par rapport à l'origine O du repère.



▸ La fonction définie sur $[0\,;+\infty[$, qui à tout nombre réel x positif associe sa racine carrée $\sqrt{x}$, est appelée **fonction racine carrée**.



Deux calculs

• 24 des 32 élèves d'une classe sont droitiers.
Calculer le pourcentage P d'élèves droitiers.

$P = \dfrac{24}{32} = \dfrac{3 \times 8}{4 \times 8} = \dfrac{3}{4} = 0{,}75 = 75\ \%$

• Factoriser puis calculer $A = 1\,003^2 - 997^2$.

$A = (1\,003 + 997)(1\,003 - 997) = 2\,000 \times 6 = 12\,000$

★

1 Calculer mentalement l'image de chaque nombre réel par la fonction cube.

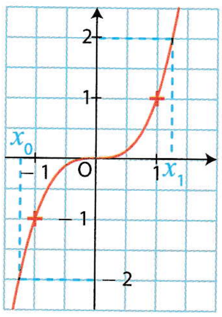
a. 2 : 8 **b.** 0,1 : 0,001 **c.** −5 : −125 **d.** $\dfrac{3}{4}$: $\dfrac{27}{64}$

2 f est la fonction cube. Comparer :

a. $f(-4)$ et $f(-3)$ **b.** $f(4)$ et $f(3)$

a. $f(-4) = (-4)^3 = -64$ et $f(-3) = (-3)^3 = -27$.
Donc $f(-4) < f(-3)$.
b. $f(4) = 64$ et $f(3) = 27$. Donc $f(4) > f(3)$.

3 On a tracé dans ce repère la représentation graphique de la fonction cube.



Résoudre graphiquement :
a. l'équation $x^3 = -2$;
b. l'inéquation $x^3 > -2$;
c. l'inéquation $x^3 \leqslant 2$.

a. On lit l'abscisse du point de la courbe d'ordonnée égale à -2 : $x_0 \approx -1{,}3$.
b. On lit les abscisses des points de la courbe d'ordonnées supérieures à -2 : $x > x_0$ avec $x_0 \approx -1{,}3$.
c. On lit les abscisses des points de la courbe d'ordonnées inférieures ou égales à 2 :
$x \leqslant x_1$ avec $x_1 \approx 1{,}3$.

4 Calculer mentalement l'image de chaque nombre réel par la fonction racine carrée.

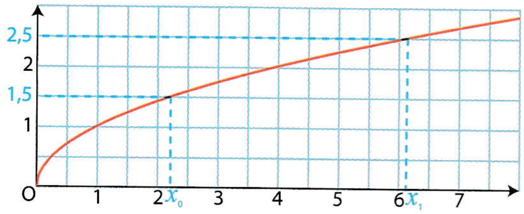
a. 49 : 7 **b.** 81 : 9 **c.** 2 500 : 50
d. $\dfrac{25}{64}$: $\dfrac{5}{8}$ **e.** 0,16 : 0,4 **f.** 10^6 : 10^3

5 Déterminer mentalement l'antécédent de chaque nombre réel par la fonction racine carrée.

a. 4 : 16 **b.** 6 : 36 **c.** $\dfrac{10}{8}$: $\dfrac{100}{64}$ **d.** 0,5 : 0,25

★★

6 On a tracé dans ce repère la représentation graphique de la fonction racine carrée.



Résoudre graphiquement chaque inéquation :
a. $\sqrt{x} \geqslant 1{,}5$ **b.** $\sqrt{x} \leqslant 2{,}5$

a. On lit les abscisses des points de la courbe d'ordonnées supérieures ou égales à 1,5 : $x \geqslant x_0$.
Avec la calculatrice, on constate que $x_0 = 2{,}25$.
b. On lit les abscisses des points de la courbe d'ordonnées inférieures ou égales à 2,5 : $0 \leqslant x \leqslant x_1$.
Avec la calculatrice, on constate que $x_1 = 6{,}25$.

7 La fréquence f de vibration (en Hz) d'une corde de violon est donnée par la formule $f = 50\sqrt{T}$ où T est la tension (en N) de la corde.
Pour quelle tension obtient-on le la_3 de fréquence 435 Hz ?

$50\sqrt{T} = 435$ c'est-à-dire $\sqrt{T} = \dfrac{435}{50}$, soit $\sqrt{T} = 8{,}7$.
Ainsi, $T = 8{,}7^2 = 75{,}69$.
La tension de la corde doit être 75,69 N.